

Derivada y función derivada

Derivado de f en a: $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Tangente en $P(a, f(a))$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

Normal en $P(a, f(a))$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Derivadas laterales de f en x=a

Por la izquierda

$$f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Por la derecha

$$f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Derivadas de las operaciones con funciones

$$F(x) = kf(x) \rightarrow F'(x) = (kf)'(x) = kf'(x)$$

$$F(x) = f(x) + g(x) \rightarrow F'(x) = (f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$F(x) = f(x)g(x) \rightarrow F'(x) = (fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow F'(x) = \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

Derivada de la función compuesta: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

Derivada de la inversa de una función: $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

Cálculo de derivadas

Función potencial

$$f(x) = x^t, t \text{ real} \rightarrow f'(x) = tx^{t-1}$$

$$F(x) = (f(x))^t, t \text{ real} \rightarrow F'(x) = t(f(x))^{t-1} f'(x)$$

Funciones expotenciales

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x \qquad F(x) = e^{f(x)} \rightarrow F'(x) = e^{f(x)} f'(x)$$

$$f(x) = a^x \rightarrow f'(x) = \ln a \cdot a^x \qquad F(x) = a^{f(x)} \rightarrow F'(x) = \ln a \cdot a^{f(x)} \cdot f'(x)$$

Funciones logarítmicas

$$f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \qquad F(x) = \ln(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$f(x) = \log_0 x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x} \qquad F(x) = \log_0(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Funciones trigonométricas

$$f(x) = \operatorname{sen} x \rightarrow f'(x) = \cos x \qquad F(x) = \operatorname{sen}(f(x)) \rightarrow F'(x) = \cos(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} x \qquad F(x) = \cos(f(x)) \rightarrow F'(x) = -\operatorname{sen}(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x \qquad F(x) = \operatorname{tg}(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))} = (1 + \operatorname{tg}^2 f(x)) f'(x)$$

Funciones trigonométricas inversas

$$f(x) = \operatorname{arcsen} x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad F(x) = \operatorname{arcsen}(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{arccos} x \rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad F(x) = \operatorname{arccos}(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad F(x) = \operatorname{arctg}(f(x)) \rightarrow F'(x) = \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$$

Derivación logarítmica

1º Se toman logaritmos

2º Se deriva

3º Se despeja $f'(x)$

Derivación implícita

Consiste en obtener la derivada de una función, utilizando la regla de la cadena, en una expresión en la que no está explícita y como función de x

Aproximación lineal de una función

$$L(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$$

Diferencial de una función

$$dy = f'(x) dx$$

Tabla de integrales inmediatas

Funciones simples

$$\int 0 dx = C$$

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \forall n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \forall a \in \mathbb{R}^+$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$$

Funciones compuestas

$$\int f^n \cdot f' dx = \frac{f^{n+1}}{n+1} + C, \forall n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{f} \cdot f' dx = \ln |f| + C$$

$$\int e^f \cdot f' dx = e^f + C$$

$$\int a^f \cdot f' dx = \frac{a^f}{\ln a} + C, \forall a \in \mathbb{R}^+$$

$$\int \operatorname{sen} f \cdot f' dx = -\cos f + C$$

$$\int \cos f \cdot f' dx = \operatorname{sen} f + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 f} \cdot f' dx = \operatorname{tg} f + C$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} dx = -\operatorname{cot} g x + C$$

$$\int \frac{f'}{\operatorname{sen}^2 f} dx = -\operatorname{cot} g f + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsen} x + C = -\arccos x + C$$

$$\int \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}} dx = \operatorname{arcsen} f + C = -\arccos f + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + c = -\operatorname{arccot} g x + c$$

$$\int \frac{f'}{1+f^2} dx = \operatorname{arctg} f + c = -\operatorname{arccot} g f + c$$